Opleiding: Middenkaderfunctionaris Bouw en Infra

Leerweg: BOL Niveau 4

Wiskunde 2-2

Lineaire functies_Hellingsgetal_Lineaire vergelijking

Opdrachten met uitwerking

Te behalen cijfers = NVT

Naam: ______________________

Klas: ______________________

Datum: ______________________

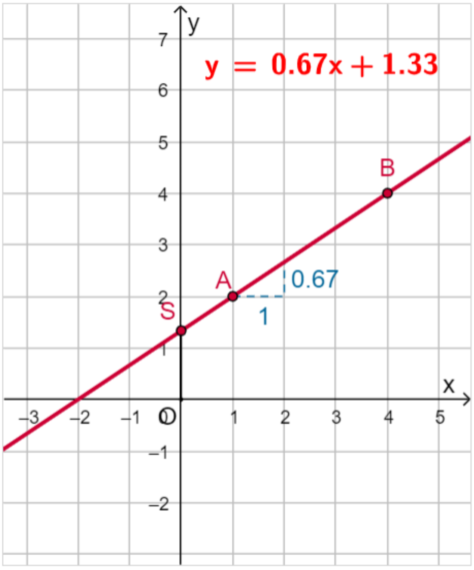
Lineaire functies_ Hellingsgetal

Theorie

De algemene formule voor een lineair verband is $y = a \cdot x + b$ met a en b willekeurige reële getallen.

Het **hellingsgetal**, of de **richtingscoëfficiënt**, geeft aan hoeveel de y -waarde stijgt of daalt als de x -waarde met 1 toeneemt. Dit getal is in de algemene formule de a , de coëfficiënt van x .

- Als $a > 0$ dan is de lijn stijgend, als $a < 0$ dan is de lijn dalend.
- Als $a = 0$ dan is de lijn horizontaal, evenwijdig aan de x -as.
- Een verticale lijn heeft geen hellingsgetal.
- Twee **evenwijdige lijnen** hebben hetzelfde hellingsgetal.



Zijn van een lineaire grafiek alleen twee punten bekend, dan kun je zelf een bijpassende formule opstellen. Je bepaalt dan eerst het hellingsgetal van de lijn door beide punten door te berekenen hoeveel de y -waarde toeneemt als de x -waarde met 1 toeneemt. (Dit kan alleen bij lijnen die niet verticaal lopen.)

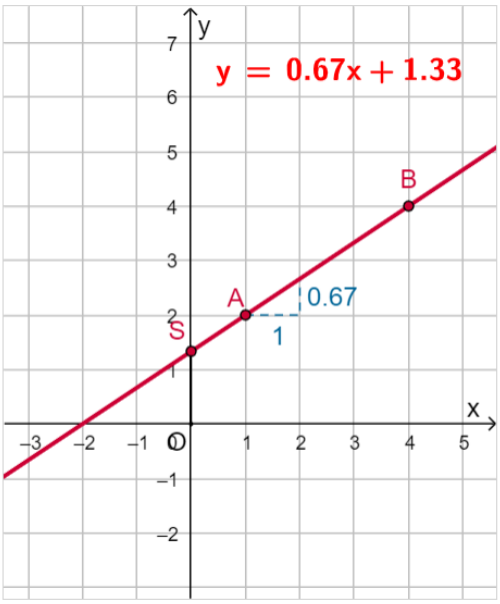
Experimenteer met de applet. De punten A en B kun je verplaatsen. Je moet dan alleen vanuit de coördinaten van die punten de formule van de lijn door beide punten kunnen maken. Zet je de punten recht boven elkaar, dan zie je dat ook GeoGebra geen formule van de vorm $y = a \cdot x + b$ kan maken...

Voorbeeld 1

Stel een vergelijking (formule) op bij de lijn door de punten $A(1, 2)$ en $B(4, 4)$.

De vergelijking heeft de vorm $y = a \cdot x + b$ waarin a het hellingsgetal is. Dit getal vind je door te bepalen hoeveel y toeneemt bij een toename van x met 1 . Dat kun je zo doen:

- Tussen de punten A en B neemt x toe met $4 - 1 = 3$.
- Tussen de punten A en B neemt y toe met $4 - 2 = 2$.
- Als x met 1 toeneemt, neemt y toe met $\frac{2}{3}$.



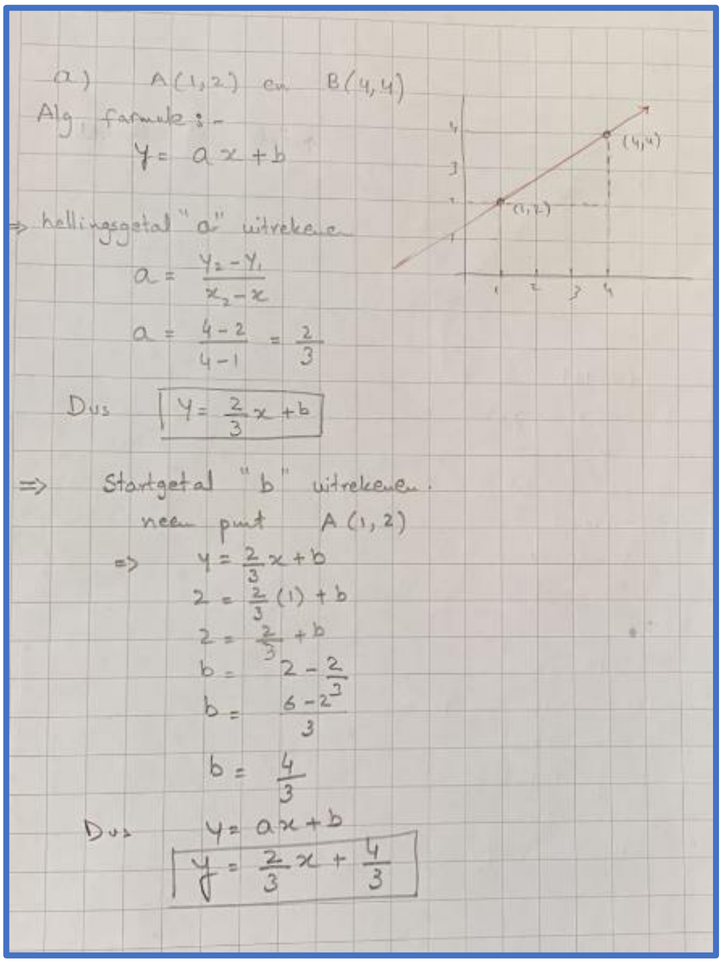
Nu je weet dat het hellingsgetal $a = \frac{2}{3}$, wordt je formule $y = \frac{2}{3}x + b$. De juiste waarde van b bepaal je door de coördinaten van één van beide gegeven punten in de vergelijking in te vullen.

Ga na, dat je dezelfde vergelijking krijgt als in de applet. (Maar nu exact in breuken!)

Opgave 1:

a Stel zelf de vergelijking op van de lijn door de punten $A(1, 2)$ en $B(4, 4)$ zonder het antwoord bij het voorbeeld te bekijken.

Oplossing:


a) $A(1,2)$ en $B(4,4)$

Alg. formule :-

$y = ax + b$

$\Rightarrow$ hellingsgetal "a" uitrekenen

$a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x}$

$a = \dfrac{4-2}{4-1} = \dfrac{2}{3}$

Dus $\boxed{y = \frac{2}{3}x + b}$

$\Rightarrow$ Startgetal "b" uitrekenen.

neem punt $A(1, 2)$

$\Rightarrow y = \frac{2}{3}x + b$

$2 = \frac{2}{3}(1) + b$

$2 = \frac{2}{3} + b$

$b = 2 - \frac{2}{3}$

$b = \dfrac{6-2}{3}$

$b = \dfrac{4}{3}$

Dus $y = ax + b$

$\boxed{y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}}$

Opgave 2

c Stel een vergelijking op van de lijn door $A(-2, 6)$ en $B(1, 0)$.

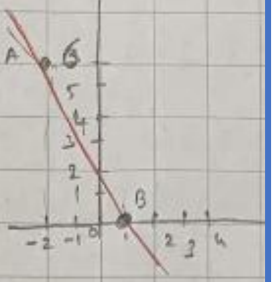
Oplossing:

A = (−2, 6) , B(1, 0)

c) Alg. formule ⇒ $y = ax + b$

⇒ hellingsgetal "a"

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



$$a = \frac{0 - 6}{1 - -2}$$

$$a = \frac{-6}{1 + 2}$$

$$a = -\frac{6}{3}$$

$$\boxed{a = -2}$$ ⇒ Dus $y = -2x + b$

⇒ Startgetal "b"

neem een punt b.v. B(1, 0)

$$y = -2x + b$$

$$0 = -2 \cdot 1 + b$$

$$0 = -2 + b$$

$$\boxed{b = 2}$$

Dus $y = ax + b$

$$\boxed{y = -2x + 2}$$

Opgave 3

Bij een lineaire functie hoort bij $x =$ -3 de uitkomst -40 en bij $x = 2$ de uitkomst 10 .

Stel de bijbehorende formule op.

Oplossing:

Opgave 2

De twee punten zijn A(-3, -40)
B(2, 10)

Algemene formule $\Rightarrow$ $y = ax + b$

$\Rightarrow$ hellingsgetal "a"

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{10 - -40}{2 - -3} = \frac{50}{5} \Rightarrow 10$$

$$\boxed{a = 10}$$

Dus $y = 10x + b$.

$\Rightarrow$ start getal "b"

neem een punt b.v. B(2, 10)

$$y = 10x + b$$
$$10 = 10 \cdot 2 + b$$
$$10 = 20 + b$$
$$b = 10 - 20$$
$$\boxed{b = -10}$$

Dus formule is

$$y = ax + b$$
$$\boxed{y = 10x - 10}$$

Opgave 4

Stel een vergelijking op van de lijn door $A(1, 2)$ en $B(5, 7)$.

Voorbeeld oplossing:

A: $(-2, 6)$, $B(1, 0)$

c) Alg. formule ⇒ $y = ax + b$

⇒ hellingsgetal "a"

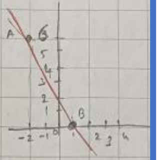
$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$a = \frac{0 - 6}{1 - -2}$

$a = \frac{-6}{1 + 2}$

$a = -\frac{6}{3}$

$\boxed{a = -2}$ ⇒ Dus $y = -2x + b$



⇒ Startgetal "b"

neem een punt b.v. $B(1, 0)$

$y = -2x + b$

$0 = -2 \cdot 1 + b$

$0 = -2 + b$

$\boxed{b = 2}$

Dus $y = ax + b$

$\boxed{y = -2x + 2}$

b Je vindt $y = 1{,}25x + 0{,}75$.

c Je vindt $y = \text{-}2x + 2$.

d Je vindt $y = \text{-}0{,}5x + 5$.

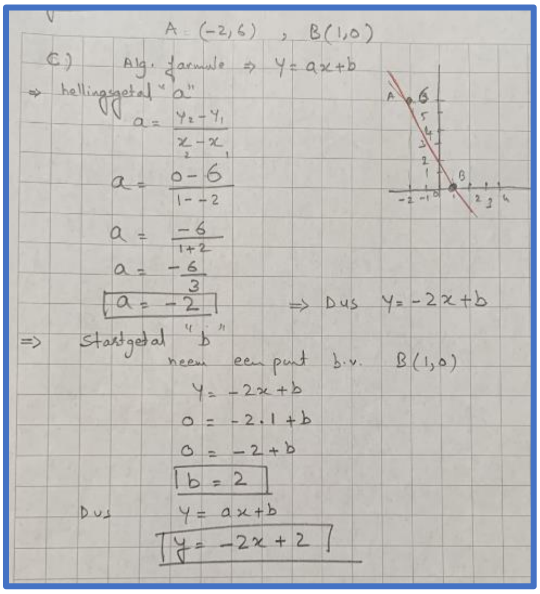
e Je vindt $y = \frac{4}{7}x - 1\frac{2}{7}$.

f Je vindt $y = \text{-}1{,}5x + 3$.

Opgave 5

Stel een vergelijking op van de lijn door $A(-2, 6)$ en $B(1, 0)$.

Voorbeeld oplossing:



$A = (-2, 6)$, $B(1, 0)$

c) Alg. formule ⇒ $y = ax + b$

⇒ hellingsgetal "a"

$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$a = \frac{0 - 6}{1 - -2}$

$a = \frac{-6}{1 + 2}$

$a = -\frac{6}{3}$

$\boxed{a = -2}$ ⇒ Dus $y = -2x + b$

⇒ Startgetal "b"

neem een punt b.v. $B(1, 0)$

$y = -2x + b$

$0 = -2 \cdot 1 + b$

$0 = -2 + b$

$\boxed{b = 2}$

Dus $y = ax + b$

$\boxed{y = -2x + 2}$

b Je vindt $y = 1{,}25x + 0{,}75$.

c Je vindt $y = \text{-}2x + 2$.

d Je vindt $y = \text{-}0{,}5x + 5$.

e Je vindt $y = \frac{4}{7}x - 1\frac{2}{7}$.

f Je vindt $y = \text{-}1{,}5x + 3$.

Opgave 6

Stel een vergelijking op van de lijn door $A(-2, 6)$ en $B(4, 3)$.

Voorbeeld oplossing:

A: $(-2, 6)$, $B(1, 0)$

c) Alg. formule ⇒ $y = ax + b$

⇒ hellingsgetal "a"

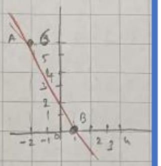
$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{0 - 6}{1 - -2}$$

$$a = \frac{-6}{1+2}$$

$$a = -\frac{6}{3}$$

$$\boxed{a = -2} \Rightarrow \text{Dus } y = -2x + b$$



⇒ Startgetal "b"

neem een punt b.v. $B(1, 0)$

$$y = -2x + b$$

$$0 = -2 \cdot 1 + b$$

$$0 = -2 + b$$

$$\boxed{b = 2}$$

Dus $y = ax + b$

$$\boxed{y = -2x + 2}$$

b Je vindt $y = 1{,}25x + 0{,}75$.

c Je vindt $y = -2x + 2$.

d Je vindt $y = -0{,}5x + 5$.

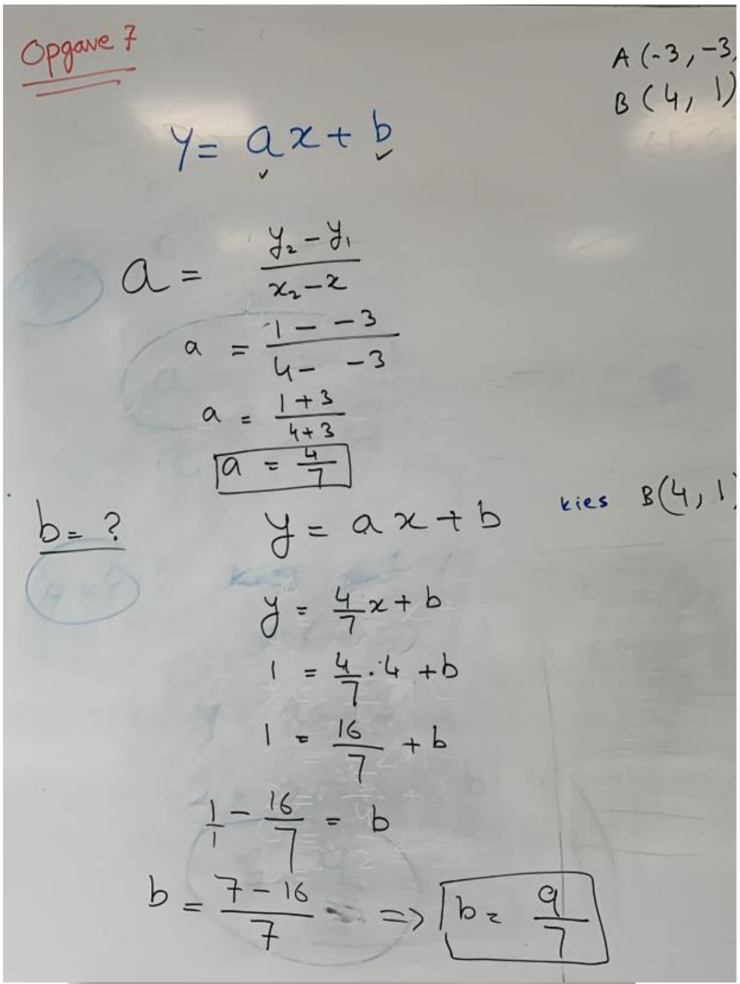
e Je vindt $y = \frac{4}{7}x - 1\frac{2}{7}$.

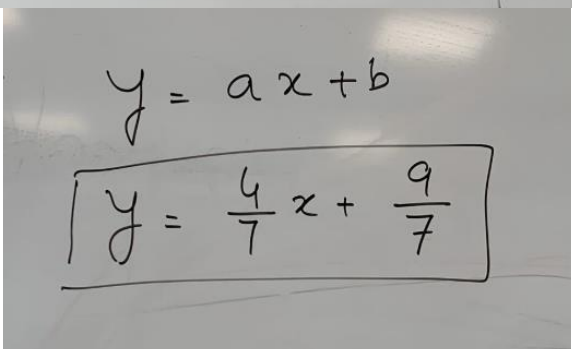
f Je vindt $y = -1{,}5x + 3$.

Opgave 7

Stel een vergelijking op van de lijn door $A(-3, -3)$ en $B(4, 1)$.

Oplossing:





Opgave 8

Stel een vergelijking op van de lijn door $A(2,0)$ en $B(0,3)$.

Oplossing:

$y = ax + b$

$A(2,0)$

$B(0,3)$

$a = ?$

$a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$a = \dfrac{3-0}{0-2}$

$a = \dfrac{3}{-2}$

$\boxed{a = -\frac{3}{2}}$

$-\dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{2}{1}$

$-\dfrac{6}{2}$

-3

$b = ?$ Kies punt $A(2,0)$

$y = ax + b$

$y = \dfrac{-3}{2}x + b$

$0 = \dfrac{-3}{2} \cdot 2 + b$

$0 = -\dfrac{6}{2} + b$

$0 = -3 + b \Rightarrow \boxed{b = 3}$

$y = ax + b$

$$\boxed{y = \frac{-3}{2}x + 3}$$